

Eine Systematik der Energiedichte von Vakuumfluktuationen und geometrodynamischen Excitonen

am 27.Sept.2004

von Claus W. Turtur
Fachhochschule Braunschweig- Wolfenbüttel
Salzdahlumer Straße 46 / 48
GERMANY - 38302 Wolfenbüttel
Tel.: (++49) 5331 / 939 - 3412
E-mail.: c-w.turtur@fh-wolfenbuettel.de

Zusammenfassung

Die geometrodynamische Wellenenergiedichte aufgrund der Quantenfluktuationen führt zum bekannten Kompensationsproblem bei der Erklärung der Energie geometrodynamischer Excitonen. In welcher Weise deren Energiedichte aufgrund der im Inneren der zugehörigen Volumina vorhandenen Nullpunkts- Schwingungsmoden mit der Raumabmessung ebendieser Volumina korreliert, wird im vorliegenden Artikel aufgezeigt.

1. Einleitung und Grundidee

Die Frage nach der Energiedichte des Vakuums gilt derzeit als unbeantwortet. Einerseits werden in der Quantenelektrodynamik und Quantenfeldtheorie in Verbindung mit der Geometrodynamik aus den Vakuumfluktuationen Werte in der Größenordnung einiger $10^{+113} \frac{J}{m^3}$ gefolgert (siehe z.B. [WHE 68] sowie [KÖP 97], [KUH 95], [FaS 49]). Andererseits führen Messungen der Astrophysik und deren Interpretation aufgrund der Expansion des Universums (siehe z.B. [GIU 00], [TEG 02], [TUR 04a]) zu einer Vakuumenergiedichte in der Größenordnung von etwa $10^{-9} \frac{J}{m^3}$. Die Diskrepanz beträgt mehr als 120 Zehnerpotenzen.

Die Frage ist nun: Läßt sich ein Zusammenhang zwischen diesen völlig unterschiedlichen Werten erkennen? Ein Zusammenhang läßt sich finden - er wird im vorliegenden Artikel präsentiert - zu einer fundamentalen Erklärung existieren Hinweise, wie im weiteren Verlauf erläutert.

Der Zusammenhang wird am Ende des Artikels in Abb.1 graphisch illustriert. Da die Darstellung auf Daten sehr unterschiedlicher Herkunft zurückgreift, werden zuvor in den Kapiteln 2 bis 7 die Werte jedes einzelnen Eintrages berechnet und diskutiert.

Der Grundgedanke hinter allen Berechnungen ist folgender:

Das Vakuum gilt als ein Raum, der etwas enthält, also nicht leer ist. Thema unserer Betrachtungen ist die Energiedichte dieses nicht leeren Raumes.

Oftmals wird stillschweigend vorausgesetzt, daß diese Energiedichte konstant sein soll als Funktion der Raumabmessungen. Mit anderen Worten: Man nimmt an, die Vakuumenergiedichte sei immer gleich groß - egal wie groß der Ausschnitt aus dem Raum ist, dessen Vakuumenergiedichte betrachtet wird. Der Kerngedanke des vorliegenden Artikels ist der Verzicht auf diese Annahme:

Wir lassen also zu, daß die Vakuumenergiedichte von der Größe der betrachteten Struktur im Raum abhängt.

Daß diese Annahme plausibel ist, sieht man ein, seit H.B.G.Casimir den nach ihm benannten Casimir- Effekt postuliert hat [CAS 48]. Dieser hat folgenden Hintergrund: Nimmt man aus dem Vakuum ein begrenztes Volumen heraus, was bei Casimir mittels zweier leitender und elektrisch neutraler Platten geschehen kann, so können sich in diesem begrenzten Volumen nur ganz bestimmte Moden der quantenelektrodynamischen Vakuumfluktuationen ausbilden. Diese Beschränkung findet in freiem Vakuum außerhalb der Casimir- Platten nicht statt. Casimir berechnet die Vakuum- Energiedichte des begrenzten Volumens und daraus die Kraft zwischen den begrenzenden Platten.

Meßbar ist diese von Casimir berechnete Vakuumenergiedichte nur für sehr kleine Plattenabstände (z.B. [LAM 97], [BRE 02], [MOH 98]), was auch damit im Zusammenhang steht, daß die Energiedichte des Vakuums beim Casimir- Effekt mit der vierten Potenz des Plattenabstandes abnimmt.

Lösen wir uns nun von der Tatsache, auf welche Art und Weise Casimir das kleine Volumen aus dem Vakuum herausgegriffen hat, und betrachten wir andere mikroskopische Volumina, die aus dem Vakuum herausgegriffen sind (dafür kommen z.B. Elementarteilchen in Frage), so finden wir, daß deren Energiedichte gut zur Vakuumenergiedichte nach Casimir paßt. Überraschenderweise läßt sich die Berechnung der Vakuumenergiedichte nach Casimir auf Elementarteilchen (wie z.B. Elektronen, Protonen oder künstlich erzeugte Elementarteilchen) extrapolieren. Interessanterweise läßt sich diese Extrapolation sogar bis hinunter zu den elementaren Energieschwankungen der Geometrodynamik mit räumlichen Ausdehnungen im Bereich der Planck-Länge brauchbar ausdehnen.

Natürlich kann dies als Fingerzeig auf die Ursache der Energie bzw. Ruhemasse (der kleinen Volumina) gesehen werden: Sie könnte den Ansätzen der Geometrodynamik folgend ihre Ursache in der Energie der Vakuumfluktuationen haben, die innerhalb der Volumina der jeweiligen Elementarteilchen herausgegriffen werden, und zwar in folgender Form:

Im freien Vakuum existiert eine immense Anzahl von Vakuumfluktuationen mit Frequenzen bis fast ins Unendliche. Nach der reinen Quantenelektrodynamik könnten diese Frequenzen bis unendlich gehen, aber aufgrund der Geometrodynamik hat die Wellenlänge eine untere Schranke bei der Planck'schen Länge, und damit die Frequenz eine zugehörige obere Grenze.

Im Inneren eines jeden Elementarteilchens hingegen existieren nur diejenigen Vakuumfluktuationen, deren Wellenlänge in das entsprechende kleine Volumen des Elementarteilchens hineinpassen, also nur diejenigen Fluktuationen mit Wellenlängen unterhalb der Teilchenabmessung. Auch hier laufen die Frequenzen wieder bis fast ins Unendliche (entsprechend der Begrenzung der Wellenlänge durch die Planck- Länge), aber es fehlen die niedrigen Frequenzen zu den langen Wellenlängen, für die der Platz im Teilcheninneren eben nicht ausreicht. Und genau diejenigen wenigen langwelligen Vakuumfluktuationen, die im Teilcheninneren fehlen, definieren die Energiedichte des Teilchens – in prinzipieller Analogie zur Energiedichte im Innenraum zwischen den beiden Casimir- Platten. Je kleiner das Volumen ist, desto mehr Wellenlängen fehlen relativ zum freien Vakuum, desto größer ist die Energiedichte (und damit auch die Energie) dieses Volumens. Wie der Zusammenhang quantitativ aussieht, wird nachfolgend unter Verwendung verschiedener wohlbekannter Daten aufgezeigt.

2. Casimir- Effekt

Betrachtet werden zwei ideal leitende, elektrisch neutrale Platten, jede mit der Fläche L^2 , die in einem kleinen Abstand a parallel zueinander angeordnet seien. Für diese Anordnung berechnet H.B.G.Casimir in [CAS 48] die Energiedifferenz des zwischen den Platten enthaltenen Vakuums im Vergleich zum freien Vakuum aufgrund der quantenelektrodynamischen Nullpunktsschwingungen und erhält

$$\delta E = \left(\frac{1}{2} \sum \hbar \omega\right)_I - \left(\frac{1}{2} \sum \hbar \omega\right)_{II} = \hbar c \frac{L^2}{\pi^2} \cdot \frac{\pi}{2} \left\{ \sum_{n=(0)1}^{\infty} \int_0^{\infty} \sqrt{\left(n^2 \frac{\pi^2}{a^2} + \kappa^2\right)} \kappa d\kappa - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \sqrt{\left(k_x^2 + \kappa^2\right)} \kappa d\kappa \left(\frac{a}{\pi} dk_z\right) \right\} \quad (01)$$

bei Anordnung der Platten parallel zur xy -Ebene, mit den Wellenzahlen der Nullpunktsoszillationen $k_x = \frac{\pi}{L} n_x$, $k_y = \frac{\pi}{L} n_y$, $k_z = \frac{\pi}{a} n_z$, wo $n_x, n_y, n_z \in \mathbb{N}$, und $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \sqrt{\kappa^2 + k_z^2}$ (unter Benutzung von Polarkoordinaten), wobei außerdem der Summenindex $n=(0)1$ ausdrückt, daß der Summand mit $n=0$ mit einem Faktor $\frac{1}{2}$ zu verstehen ist.

Mittels geeigneter mathematischer Umformungen löst Casimir den Ausdruck auf und findet die Energiedifferenz pro Plattenfläche:

$$\frac{\delta E}{L^2} = \frac{-\pi^2 \hbar c}{720 a^3} \quad (02)$$

Das Minuszeichen steht dafür, daß die Energie der entsprechenden Schwingungen gegenüber der Energie des Vakuums fehlt. Die Energiedichte ρ_c als Energiedifferenz pro Volumen bezieht sich auf das zwischen den Platten liegende Volumen $L^2 a$ und lautet somit dem Betrage nach

$$\rho_c = \frac{\delta E}{L^2 a} = \frac{\pi^2 \hbar c}{720 a^4}. \quad (03)$$

Man beachte, daß die Energiedichte proportional zu a^{-4} ist.

Das Ergebnis von Gleichung (03) ist in Abb.1 als Linie eingetragen und mit "C" (wie Casimir) markiert. Die Länge der Linie beruht auf der experimentellen Verifikation des Casimir- Effekts, beginnend bei etwa 20 nm [EDE 00] über zunehmende Abstände [MOH 98] und [BRE 02] bis zu circa 6 μm [LAM 97].

3. Aussage der Geometrodynamik

In der Geometrodynamik werden Elementarteilchen als kollektive Anregung des geometrischen Kontinuums (quantengeometrodynamische Excitonen) verstanden [WHE 68]. Diese Sichtweise entspricht dem Sinn nach der in Kapitel 1 ausgeführten Sichtweise von Elementarteilchen als kleine aus dem Vakuum herausgegriffene Volumina. Deshalb stellt sich die Frage, nach dem kleinstmöglichen solchen Volumen - dies entspräche dann dem Volumen mit der höchstmöglichen Energiedichte.

In der klassischen Elektrodynamik gibt es eine solche untere geometrische Schranke nicht, aber in der Quantengeometrodynamik existiert sie: die Planck'sche Länge.

$$L^* = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.6 \cdot 10^{-35} \text{ m} \quad (04)$$

Für die zugehörigen Nullpunktsoszillationen des Vakuums wird eine Gauß'sche Wahrscheinlichkeitsverteilung angenommen, sodaß man

$$\Psi(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2} \quad \text{erhält.}$$

Die Energie der Vakuumschwankungen berechnet sich damit als Summe der kinetischen und der potentiellen Energie zu

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \int \Psi^*(x) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right] \Psi(x) dx$$

Die zugehörige Energiedichte ergibt sich in der Quantengeometrodynamik mit etwa

$$\rho_G \approx \frac{\hbar c}{L^{*4}} = 4.6 \cdot 10^{+113} \frac{J}{m^3} \quad (05)$$

Diese enorm große Energiedichte führt zu dem vielzitierten Kompensationsproblem der Energie, (vgl. Kapitels 1).

Es fällt auf, daß das Ergebnis, die Energiedichte der quantengeometrodynamischen Grenze für Nullpunktsoszillationen bis auf einen Faktor $\pi^2/720$ mit der Berechnung der Energiedichte aus dem Casimir- Effekt übereinstimmt. Die umgekehrte Proportionalität zur vierten Potenz der Raumabmessung findet sich in beiden Überlegungen gleichermaßen wieder. Im Vergleich zu der bisher diskutierten Diskrepanz von über 120 Größenordnungen ist dieser Unterschied sicherlich unbedeutend, besonders wenn man bedenkt, daß die Aussagen der Geometrodynamik (im Gegensatz zum experimentell bis auf wenige Prozent verifizierten Casimir- Effekt) auf hypothetischen Abschätzungen beruhen.

Das Ergebnis von Gleichung 5 ist in Abb.1 als Punkt eingetragen und mit "G" (wie Geometrodynamik) markiert.

4. Licht und elektromagnetische Wellen

Betrachtet man im Sinne von Kapitel 1 eine elektromagnetische Welle als einzelne Welle, die aus der Vielzahl der das Vakuum repräsentierenden elektromagnetischen Nullpunktsoszillationen herausgegriffen ist, so läßt sich auch deren Energiedichte berechnen und zum Vergleich in unsere Übersicht von Abb.1 eintragen.

Die Berechnung der Energie einer elektromagnetischen Welle ist einfach und allgemein bekannt:

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{mit } \lambda = \text{Wellenlänge}) \quad (06)$$

Für die Berechnung der Energiedichte wird ein Volumen benötigt. Können im Sinne der Geometrodynamik alle Objekte dieser Welt auf der Basis der Geometrie erklärt werden, dann muß auch dem Photon ein Volumen zugeordnet werden können.

Es ist plausibel, daß dieses Volumen im direkten Zusammenhang mit der Wellenlänge des Photons steht. Dieses Argument wird auch durch die Kenntnis der Beugung unterstützt, bei der die geometrische Abmessung der beugenden Hindernisse ebenfalls in der selben Größenordnung der Wellenlänge sind.

Sei also die Länge des Photons in Flugrichtung $n_x \cdot \lambda$ und seine Ausdehnung quer zur Flugrichtung $n_y \cdot \lambda$ bzw. $n_z \cdot \lambda$, so ist sein Volumen $V = n_x \cdot n_y \cdot n_z \cdot \lambda^3$ (mit $n_x, n_y, n_z \in \mathfrak{R}$ drei kleinen Faktoren wie z.B. 1...10). Dann führt Gleichung (06) zu einer Energiedichte von

$$\rho_W = \frac{E}{V} = \frac{h \cdot c}{n_x n_y n_z \cdot \lambda^4} \quad (07)$$

Auch bei der elektromagnetischen Welle ist die Energiedichte proportional zu λ^{-4} . Unter der Annahme, daß die elektromagnetische Welle einer einzigen aus dem Vakuum herausgegriffenen Nullpunktsschwankung folgt, würde dies bedeuten, daß die Energiedichte jeder einzelnen Welle der das Vakuum erfüllenden Nullpunktsschwingungen diesem $\rho \propto \lambda^{-4}$ - Zusammenhang zwischen Energiedichte und geometrischer Ausdehnung folgen muß.

Ein kleiner konstanter Faktor als Unterschied zur Casimir- Energiedichte und zum Wert der Geometrodynamik bleibt offen aufgrund der n_x, n_y, n_z , weshalb die Eintragung der elektromagnetischen Wellen in das Diagramm des Abb.1 als punktiertes Feld (gezeichnet für $n_x \cdot n_y \cdot n_z = 5..500$) vorgenommen wird (Kennzeichnung "W" wie elektromagnetische Welle).

Würde man die Energiedichte des Casimir- Effekts und der elektromagnetischen Wellen gleichsetzen (Glg.3 und Glg.7), so erhielte man für das Produkt $n_x \cdot n_y \cdot n_z = 458$. Ein analoger Vergleich der Energiedichten der geometrodynamischen Grenze und der elektromagnetischen Wellen (Glg.5 und Glg.7) lieferte $n_x \cdot n_y \cdot n_z = 2\pi$.

Anmerkung:

Für die obengenannte Sichtweise elektromagnetischer Wellen als einzelne aus den elektromagnetischen Nullpunktsschwingungen herausgegriffene Welle spricht auch die Energie der quantenmechanischen Nullpunktsschwingungen:

$$E = \frac{1}{2} \hbar \omega = \frac{1}{2} \hbar \cdot 2\pi \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2} \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (08)$$

Die Energiedichte der einzelnen Welle (Index "s" wie single wave) zur Nullpunktsschwingungen wäre dann:

$$\rho_s = \frac{E}{V_s} = \frac{1}{2} \frac{h \cdot c}{k \cdot \lambda^4} \quad , \quad (09)$$

mit $V_s = k \cdot \lambda^3$, wo k ein konstanter Faktor ist, der den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge und dem Volumen einer einzelnen Welle der Nullpunktsschwingungen beschreibt.

5. Das Elektron

Will man den Erfordernissen der Geometrodynamik folgend, auch dem Elektron ein Volumen zuordnen, so bietet sich die bekannte Sichtweise als Kugel an (siehe z.B. Standard- Lehrbücher wie [BER 79] oder [FLS 91]), deren Volumen sich durch Einsetzen des Elektronenradius r_e berechnen läßt (z.B. [COD 00], [TUR 04b]).

Die Berechnung der Energiedichte dieser Kugel erfolgt dann durch simples Einsetzen der Zahlenwerte

$$\rho_E = \frac{E}{V} = \frac{m_e c^2}{\frac{4}{3} \pi r_e^3} = 1.64 \cdot 10^{+23} \frac{J}{m^3} \quad , \quad (10)$$

was zum Eintrag "E" (wie Elektron) in Abb.1 führt. Auch das Elektron paßt in die Systematik der aus dem Vakuum herausgeschnittenen Volumina indem es sich in die $\frac{1}{r^4}$ -Systematik der Energiedichte einreihet.

6. Nukleonen (Proton und Neutron)

Im Unterschied zu den Leptonen sind Nukleonen aus mehreren Quarks zusammengesetzt. Deshalb kann man darüber diskutieren, ob im Sinne der aus dem Vakuum herausgegriffenen geometrodynamischen Volumina eine Betrachtung der einzelnen Quarks nötig wird, und das Proton dann nicht als einzelnes Volumen betrachtet werden dürfte. Dagegen läßt sich anführen, daß die einzelnen Quarks nicht als isolierte Teilchen darstellbar sind, und somit das gesamte Proton bzw. das Neutron aus Quarks und Gluonen durchaus als ein einzelnes zusammenhängendes Volumen behandelt werden darf. Das hieße, daß der Verbund aus Quarks und Gluonen derart dicht gepackt ist, daß Nullpunktsoszillationen aus dem freien Vakuum nicht eindringen können. Folgt man diesem letztgenannten Weg, so wird man feststellen, daß das Proton und das Neutron durchaus in die Systematik der hier vorgestellten Energiedichten als Funktion der Raumabmessungen paßt. Das geht so:

Da sowohl der Nukleonenradius als auch die Masse von Proton und Neutron auf der Skala der hier untersuchten Systematik sehr dicht beieinander liegen, liefern diese beiden Teilchen in Abb.1 fast identische Einträge. Aus diesem Grund betrachten wir hier exemplarisch das Proton. Ähnlich wie beim Elektron sind auch beim Proton Masse und Radius allgemein bekannt und können aus der Literatur entnommen werden. Die Masse findet man auch in [COD 00]. Theoretische Werte für den Protonenradius r_p von 1.0 fm entstammen der relativistischen Bag-Theorie (z.B. [CHO 74]), experimentelle Werte findet man z.B. bei [HAN 63] mit 0.86 fm oder bei [SIM 80] mit 0.81 fm. Aus diesem Grunde soll hier ein mittlerer Wert von $r_p = 0.9$ fm eingesetzt werden. Für die Energiedichte ergibt sich dann

$$\rho_N = \frac{E}{V} = \frac{m_p c^2}{\frac{4}{3} \pi r_p^3} = 4.9 \cdot 10^{+34} \frac{J}{m^3} \quad (11)$$

Das Ergebnis ist als "N" wie Nukleon in Abb.1 eingetragen und paßt in die $\rho \propto \frac{1}{r^4}$ -Systematik.

7. Allgemeine Überlegungen zu Elementarteilchen

Wenn die $\rho \propto \frac{1}{r^4}$ -Systematik nun schon für das Beispiel eines Leptons und zweier Hadronen zu beobachten ist, dann stellt sich die Frage, ob sie für alle Elementarteilchen zutrifft.

Nun - ganz einfach läßt sich diese Frage nicht beantworten, denn nicht jedem Teilchen kann bereits ein quantengeometrodynamisches Volumen quantitativ zugeordnet werden. Eine prinzipielle grundlegende Überlegung kann man aber doch anstellen, nämlich folgende.

Bekanntlich wird an Teilchenbeschleunigern die räumliche Auflösung um so besser, je höher die Schwerpunktsenergie der aufeinandertreffenden Teilchen ist. Die entscheidende Frage lautet nun: Gibt es einen prinzipiellen physikalischen Zusammenhang zwischen der Schwerpunktsenergie der Teilchen und der erreichbaren räumlichen Auflösung? D.h.: Welche Energie benötigt man, um ein gegebenes Volumen erkennen zu können? Der dafür nötigen Energie ordnen wir die Energiedichte dieses Volumens zu – und werden unsere $\rho \propto \frac{1}{r^4}$ -Systematik wieder finden.

Die Antwort macht natürlich nur dann Sinn, wenn sie völlig unabhängig von der Technologie der Maschinen gegeben wird - aber genau solch eine Antwort gibt es:

Das optische Auflösungsvermögen eines Mikroskops nach Abbé (siehe z.B. [BOR 85]) wird bestimmt aus der Lage der Beugungsmaxima. Daraus ergibt sich letztlich, daß die kleinste auflösbare Struktur d_{\min} in der Größenordnung der Wellenlänge liegt ($d_{\min} \approx \lambda$). Das gilt für die Abbildung mit Licht genauso wie mit Materiewellen, sodaß die Wellenlänge in eine zugehörige Teilchenenergie umskaliert werden kann (siehe [HIL 96]):

$$E_{sp} = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad (\text{mit } E_{sp} = \text{Teilchenenergie im Schwerpunktssystem})$$

Für die kleinste auflösbare Struktur d_{\min} bedeutet dies

$$d_{\min} = \frac{h \cdot c}{E_{sp}}, \quad (12)$$

wobei Eigenschaften von Teilchenbeschleunigern (oder technischen Maschinen) bei der Herleitung nicht im Spiel waren.

Damit ist klar:

Um Elementarteilchen bis hinunter zu einem bestimmtem geometrischen Durchmesser d_{\min} (somit Radius $r_{\min} = \frac{1}{2}d_{\min}$) zu erzeugen, benötigt man eine bestimmte Energie (E_{sp}). Dann berechnet sich die Energiedichte ebendieses Elementarteilchen wie folgt:

$$E_{sp} = \frac{h \cdot c}{d_{\min}} \Rightarrow \rho_p = \frac{E_{sp}}{V} = \frac{E_{sp}}{\frac{4}{3}\pi r_{\min}^3} = \frac{h \cdot c}{2r_{\min} \cdot \frac{4}{3}\pi r_{\min}^3} \quad (13)$$

(Anerkennung: Der Einfachheit halber wurde das Teilchenvolumen kugelförmig angesetzt)

Gleichung (11) gibt genau diejenige Teilchenenergie und Energiedichte wieder, die ein Teilchen haben muß, um mit dem quantengeometrodynamischen Durchmesser d_{\min} erzeugt werden zu können. Tatsächlich findet sich auch hier unsere $\rho \propto \frac{1}{r^4}$ - Systematik wieder, und zwar (ohne Vorfaktoren) in Übereinstimmung mit den Gleichungen (10) und (11) anderer Beispiele für Elementarteilchen. Also müßte Gleichung (13) unter der Annahme einer kugeligen Form der quantengeometrodynamischen Volumina höchstwahrscheinlich für sehr viele Elementarteilchen zu gebrauchen sein.

Folglich könnte der zugehörige Eintrag in Abb.1 eine ganze Linie sein. Da wir aber die Länge der Linie nicht kennen, wurde ein einziger Punkt eingetragen, nämlich ein Wert für die Planung moderner Teilchenbeschleuniger, wie er in [HIL 96] als Berechnungsbeispiel angegeben wird:

$$\begin{aligned} \text{Energie } E_{sp} &= 10\text{TeV} = 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ J} \\ \implies d_{\min} &= 1.24 \cdot 10^{-19} \text{ m} \implies r_{\min} = 6.2 \cdot 10^{-20} \text{ m} \\ \text{und Energiedichte } \rho_p &= 1.6 \cdot 10^{+51} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

Der entsprechende Punkt im Diagramm der Abb.1 heißt "P" wie "particles" und passt bestens in unsere Systematik.

8. Gemeinsame Darstellung aller Einzelergebnisse

Eine graphische Übersicht über alle Ergebnisse zeigt Abbildung 1.

Der Zusammenhang zwischen der Energiedichte ρ eines zusammenhängenden elementaren aus dem Vakuum herausgegriffenen Volumens und der Raumabmessung r ebendieses Volumens ist sehr deutlich erkennbar: $\rho \propto \frac{1}{r^4}$

Da diese Proportionalität für Objekte sehr unterschiedlicher Art beobachtet wird, sollte sie wohl eine recht grundlegende Bedeutung haben. Diese müßte dann aus dem einzigen gemeinsamen Merkmal all dieser Volumina erklärbar sein:

Sie sind elementare zusammenhängende Volumina, die aus allen Moden der Nullpunktsoszillationen des Vakuums einige zulassen und andere nicht. Nach [WHE 68] werden derartige Volumina als quantengeometrodynamische Excitonen bezeichnet. Die individuellen Unterschiede von Volumen zu Volumen liegen wohl darin begründet, welche der Nullpunktsoszillationen des Vakuums jedes einzelne Volumen zuläßt und welche nicht.

Die Tatsache, daß sich der Vorfaktor zur $\rho \propto \frac{1}{r^4}$ -Proportionalität des Casimir-Effekts von den Vorfaktoren der anderen Objekte unterscheidet könnte seinen Grund in der Dimensionalität der Effekte haben: Die parallele angeordneten Metallplatten bilden eine eindimensionale Begrenzung, wohingegen alle anderen genannten Objekte räumliche Begrenzungen in drei Dimensionsrichtungen darstellen.

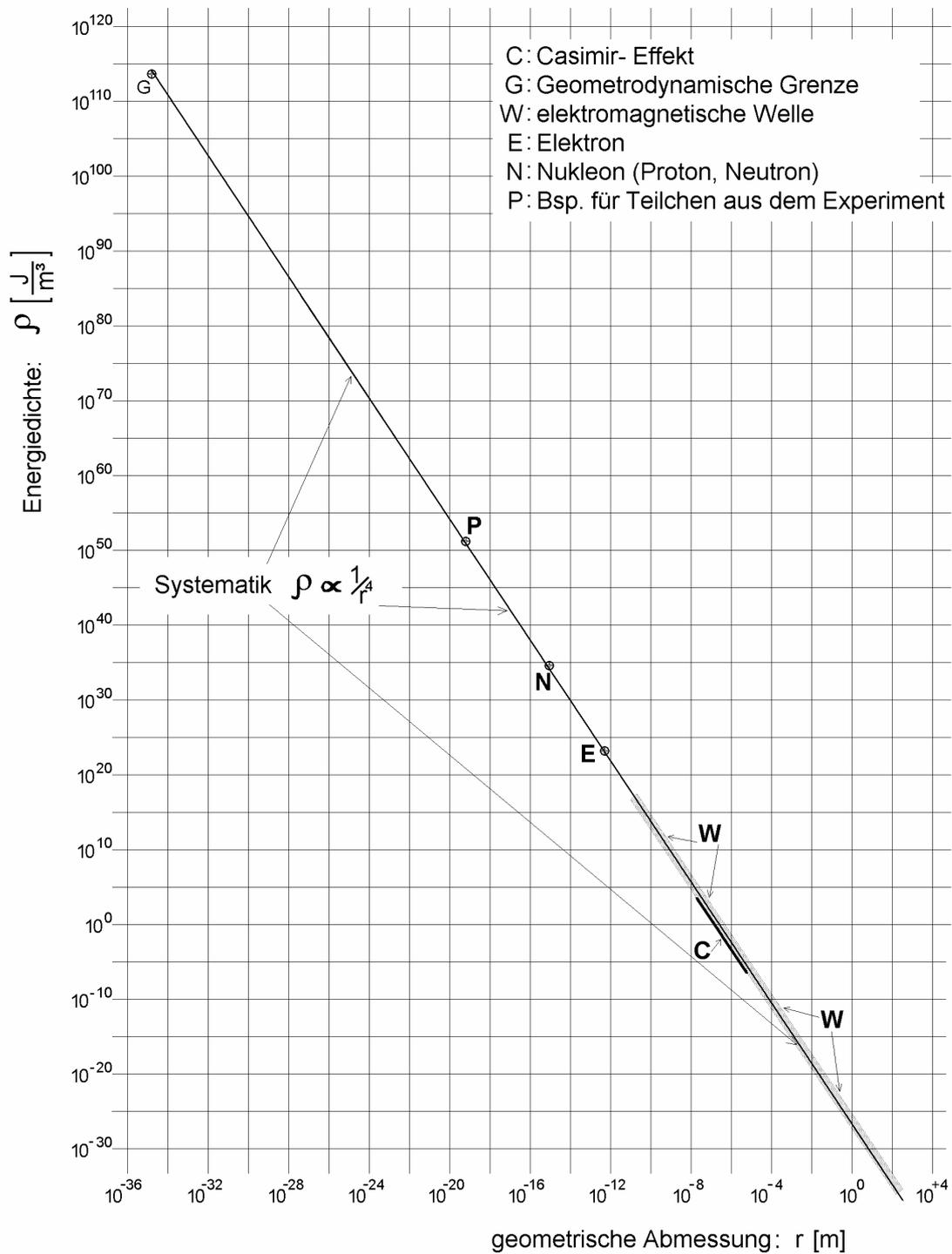


Abb.1.: Graphische Darstellung der Systematik der Energiedichte als Funktion der Raumabmessung zusammenhängender Volumina im Vakuum als quantengeometrodynamische Excitonen aufgrund der quantenelektrodynamischen Nullpunktsoszillationen.

Literaturhinweise

- [BER 79] Berkeley Physik Kurs (hier speziell Band1, Kapitel 9)
Charles Kittel, W. D. Knight, M. A. Ruderman, A. C. Helmholtz, B. J. Moyer
Vieweg Verlag (1979), ISBN 3-528-28351-3
- [BOR 85] Optik - Ein Lehrbuch der elektromagnetischen Lichttheorie
Max Born, Januar 1985 - Springer Verlag, ISBN: 3-540-05954-7
- [BRE 02] Measurement of the Casimir Force between Parallel Metallic Surfaces
G.Bressi, G.Carugno, R.Onofrio, G.Ruoso
Phys. Rev. Lett., vol.88, no.4 (2002), 041804-1
- [CAS 48] On the attraction between two perfectly conducting plates.
H. B. G. Casimir am 29.Mai.1948
Proceedings of the Section of Sciences, Koninklijke Akademie van
Wetenschappen (Amsterdam), Noord-Hollandsche Uitg.Mij., S.793
sowie H.B.G.Casimir und D.Polder, Phys.Rev.73 (1948), 360
- [CHO 74] Baryon structure in the bag theory
A.Chodos, R.L.Jaffe, K.Johnson, C.B.Thorn
Phys. Rev.D, vol.10, p.2599 (1974)
- [COD 00] "CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 1998"
Peter J. Mohr und Barry N. Taylor
Rev. Mod. Phys., Vol.72, No.2, p.351, April 2000
- [EDE 00] Template-stripped gold surfaces with 0.4-nm rms roughness suitable for force
measurements: Application to the Casimir force in the 20-100 nm- range
Thomas Ederth, Phys. Rev., vol.62 (2000), 062104
- [FaS 49] Two parts of a series of publications:
(1.) Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics
R. P. Feynman, Phys. Rev., vol.76, no.6 p.769 (1949)
(2.) Quantum Electrodynamics. III. The electromagnetic Properties of the
Electron- Radiative Corrections to Scattering
Julian Schwinger, Phys. Rev., vol.76, no.6 p.790 (1949)
- [FLS 91] "Feynman Vorlesungen über Physik"
R. P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands
2. Aufl. im R.Oldenbourg- Verlag 1991, ISBN 3-486-22058-6
(hier speziell Bd.2, Kap.28, Elektromagnetische Masse)

- [GIU 00] Das Rätsel der kosmologischen Vakuumenergiedichte und die beschleunigte Expansion des Universums
Domenico Giulini und Norbert Straumann
arXiv:astro-ph/0009368 v1 22 Sep 2000
- [HAN 63] Electric and Magnetic Form Factors of the Nucleon
L.N.Hand, D.G.Miller, Richard Wilson
Rev. Mod. Phys. 35, 335-349 (1963)
- [HIL 96] Elementare Teilchenphysik von Helmut Hilscher
Vieweg Verlag, ISBN 3-528-06670-9
- [KÖP 97] Einführung in die Quanten- Elektrodynamik
G.Köpp und F.Krüger
B.G.Teubner Verlag, Stuttgart, 1997, ISBN 3-519-03235-X
- [KUH 95] Quantenfeldtheorie
W.Kuhn und J.Strnad
Vieweg Verlag, Wiesbaden , 1995, ISBN 3-528-07275-X
- [LAM 97] Demonstration of the Casimir Force in the 0.6 to 6 μm Range
S.K.Lamoreaux
Phys. Rev. Lett., vol.78, (1997), p. 5-8
- [MOH 98] Precision Measurement of the Casimir Force from 0.1 to 0.9 μm
U.Mohideen und Anushree Roy
Phys. Rev. Lett., vol.81, no.21 (1998), p.4549
- [SIM 80] Absolute electron-proton cross sections at low momentum transfer measured with a high pressure gas target system
G.G.Simon, Ch.Schmitt, F.Borkowski, V.H.Walther
Nucl. Phys. A, vol.333, issue 3, (1980), p.381-391
- [TEG 02] Measuring Spacetime: from Big Bang to Black Holes
Max Tegmark, arXiv:astro-ph/0207199 v1, 10-July-2002
Slightly abbreviated version in: Science, 296, 1427-1433 (2002)
- [TUR 04a] Does Cosmological Vacuum Energy Density have an Electric Reason ?
Claus W. Turtur, arXiv:astro-ph/0403278 , 11-March-2004
- [TUR 04b] A Theoretical Determination of the Electron's Mass
Claus W. Turtur, submitted for publication
- [WHE 68] Einsteins Vision
Wie steht es heute mit Einsteins Vision, alles als Geometrie aufzufassen ?
John Archibald Wheeler, Springer Verlag, 1968